

Прототипы задания 24

1. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 14$, $DC = 42$, $AC = 52$.
2. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите AC , если $BK : KA = 3 : 4$, $KM = 18$. (Отв.42)
3. Катеты прямоугольного треугольника равны 18 и 24. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.
4. Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 6$, $AC = 24$. (Отв.12)
5. Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 42$, $BC = 14$, $CF : DF = 4 : 3$. (Отв.30)
6. Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 60° и 135° , а $CD = 36$. (Отв. $12\sqrt{6}$)
7. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке, лежащей на стороне BC . Найдите AB , если $BC = 44$. (Отв.22)
8. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 15, а одна из диагоналей ромба равна 60. Найдите углы ромба. (Отв.60 и 120)
9. Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 8$ и $CH = 2$. Найдите высоту ромба. (Отв.6)
10. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 10$. (Отв.26)
11. Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 10$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 12 и 5. (Отв.24)
12. Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 71° и 79° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 8. (Отв.8)
13. Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся, как 6:7:23. Найдите радиус окружности, если меньшая из сторон треугольника равна 12. (Отв.12)
14. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его сторон в точках M , K и P . Найдите углы треугольника ABC , если углы треугольника MKP равны 56° , 57° и 67° . (Отв.68, 66, 46)
15. Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите PK , если $BH = 14$. (Отв.14)

Прототипы задания 25

1. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 20, $BD = 10$. Докажите, что треугольники CBD и ADB подобны.
2. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.
3. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.
4. На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции.
5. Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке M . Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.
6. Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.
7. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.
8. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке E стороны BC . Докажите, что E — середина BC .
9. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.
10. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB и ACB подобны.
11. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE . Оказалось, что отрезки BD и BE тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.
12. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и T соответственно. Докажите, что $BP = DT$.
13. Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .
14. Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB . Докажите, что $AB \perp IJ$.
15. Докажите, что медиана треугольника делит его на два треугольника, площади которых равны между собой.